

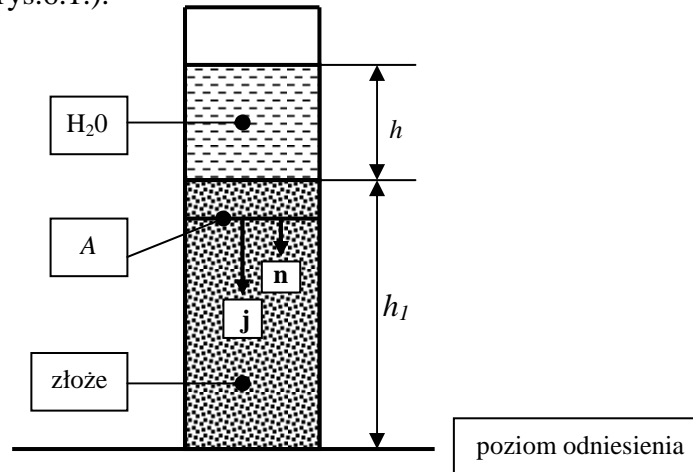
Ćwiczenie 6

SZACOWANIE WSPÓŁCZYNNIKA FILTRACJI CIECZY PRZY STAŁYM CIŚNIENIU HYDROSTATYCZNYM

6.1. Podstawy teoretyczne

6.1.1. Rys historyczny

Prawa przepływu filtracyjnego sformułował francuski inżynier H. P. G. Darcy (1803-1858) w 1854 roku w trakcie obserwacji i pomiarów przepływu wody w filtrach wodociągowych, które budował w Dijon. Oprócz obserwacji w naturze przeprowadzał on skrupulatne badania laboratoryjne przepływów w kolumnach filtracyjnych (rys.6.1.).



Rys. 6.1. Schemat kolumny filtracyjnej.

Darcy podał formułę empiryczną określającą natężenie przepływu cieczy j przepływającej przez złoże w zależności od gradientu ciśnienia

$$\mathbf{j} = -k\nabla p \quad \xrightarrow{\text{proces jednowymiarowy}} \quad j = -k \frac{(h+h_1)\rho_w g}{h_1}, \quad (6.1)$$

gdzie: \mathbf{j} – gęstość strumienia cieczy czyli ilość cieczy przepływającej przez jednostkę powierzchni prostopadłej do kierunku przepływu w jednostce czasu, [kg/(m²s)],

p – ciśnienie, [Pa],

ρ_w – gęstość wody, [kg/m³],

g – przyspieszenie ziemskie, [m/s²],

k – współczynnik filtracji, [kg/(m s Pa)],

h – wysokość słupa wody, [m],

h_1 – grubość złoże, [m],

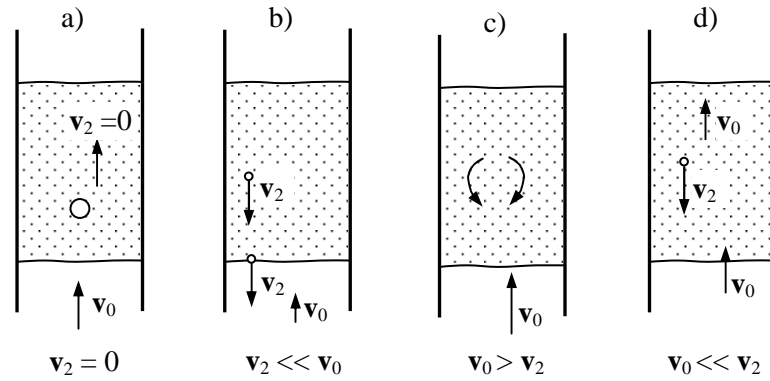
∇ – operator gradientu.

6.1.2. Rodzaje przepływów filtracyjnych

Przepływy w rozdrobionych złożach ciał stałych można z uwagi na kierunki ruchu obu faz podzielić na:

- przepływ przez złoże nieruchome, kiedy cząstki złoże spoczywają na nieruchomym sicie. Wtedy $\mathbf{v}_0 \neq 0$, $\mathbf{v}_1 \neq 0$ a $\mathbf{v}_2 = 0$, gdzie indeks (0) oznacza ciecz, (1) - rozdrobione kłaczkki a (2) złoże ziarniste (rys. 6.2a),
- przepływ przez złoże ruchome, kiedy np. ziarna się obsuwają (rys. 6.2b),
- przepływ przez złoże fluidalne, kiedy po przekroczeniu pewnej prędkości przepływu cieczy \mathbf{v}_1 ziarna zostaną upłynnione. Ziarna unoszą się wówczas w płynie tworząc pseudostałą fazę fluidalną (rys. 6.2c),
- przepływ sedymentacyjny polegający na zagęszczeniu się zawiesin w wyniku osadzania się cząstek mieszaniny (kłaczków) na ziarnach złoże (rys. 6.2d).

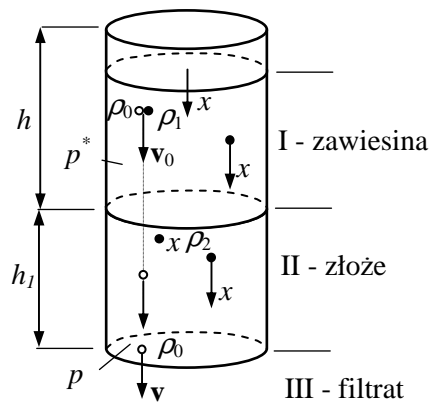
Prezentowane typy przepływów przedstawia schematycznie rys. 6.2.



Rys. 6.2. Przepływy mieszaniny przez złożo ziarniste.

6.1.3. Przepływy filtracyjne przez nieruchome złożo

Analizować będziemy przepływ dwuskładnikowej zawiesiny przez złożo filtracyjne. W trakcie przepływu przez złożo dochodzi do wytrącania się osadu filtracyjnego i przesączania czystej cieczy czyli filtratu.



Rys. 6.3. Przepływy przez nieruchome złożo.

W procesie można wydzielić 3 strefy przepływów o różnej kinematyce, a mianowicie:

I – strefa zawiesiny (ciecz o gęstości ρ_0 i kłaczkami o gęstości ρ_1),

II – strefa złoża - osadu (ciecz ρ_0 , kłaczkami ρ_1 i materiał złoża o gęstości ρ_2 oraz adsorbat ρ_3),

III – strefa jednoskładnikowego filtratu – ciecz.

W strefie osadu z zawiesiny wytrącają się kłaczkami ρ_1 tracąc prędkość tak, iż do strefy filtratu III wpływa czysta ciecz.

W przybliżeniu proces ten można w strefie I przedstawić w postaci równania ciągłości

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_0 + \rho_1) + \frac{\partial}{\partial x}[(\rho_0 + \rho_1)\mathbf{v}] = 0, \quad \mathbf{v}^0 = \mathbf{v}^1 = \mathbf{v}. \quad (6.2)$$

W strefie II ($\mathbf{v}^2 = \mathbf{v}^3 = 0$) równania cząstkowych bilansów masy należy zapisać dla każdego składnika z osobna

$$\frac{\partial \rho_0}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho^0 \mathbf{v}^0) = 0, \quad \frac{\partial \rho^1}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho^1 \mathbf{v}^1) = R^1, \quad \frac{\partial \rho^3}{\partial t} = R^3. \quad (6.3)$$

Prędkość konwekcyjną \mathbf{w} określa wzór

$$\rho \mathbf{w} = \rho^0 \mathbf{v}^0 + \rho^1 \mathbf{v}^1, \quad (6.4)$$

stąd w analizowanym przypadku wystąpią strumienie konwekcyjne $\rho^\alpha \mathbf{w}$ i dyfuzyjne

$$\mathbf{j}^1 = \rho^1 \mathbf{u}^1, \quad \mathbf{u}^1 = \mathbf{v}^1 - \mathbf{w} \quad \text{oraz} \quad \mathbf{j}^0 = \rho^0 \mathbf{u}^0, \quad \mathbf{u}^0 = \mathbf{v}^0 - \mathbf{w}. \quad (6.5)$$

Wreszcie w strefie filtratu stwierdza się jednoskładnikowy przepływ

$$\frac{\partial \rho_0}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho^0 \hat{v}^1) = 0. \quad (6.6)$$

Oczywiście na granicach stref I i II oraz II i III muszą zachodzić warunki równości strumieni wypływających z poprzedniej strefy i wpływających do następnej.

6.1.4. Wyznaczanie współczynnika przepuszczalności złoża przy stałym ciśnieniu

Z punktu widzenia filtracji przez kolumnę interesujący jest głównie przepływ przez złożo, w którym występują trzy strumienie $\rho \mathbf{w}$, \mathbf{j}^0 i \mathbf{j}^1 , zaś w procedurze pomiarowej istotny jest tylko pewien sumaryczny przepływ zastępczy

$$\mathbf{J} = \rho \mathbf{w} + \mathbf{j}^0 + \mathbf{j}^1. \quad (6.7)$$

Przepływ ten w przybliżeniu opisują zależności

$$\rho \mathbf{w} = \rho^0 \mathbf{v}^0 + \rho^1 \mathbf{v}^1, \quad \text{czyli} \quad \mathbf{J} = \mathbf{J}^0 + \mathbf{J}^1, \quad (6.8)$$

gdzie:

$$\mathbf{J}^0 = -k_0 \nabla p, \quad \mathbf{J}^1 = -k_1 \nabla p, \quad \text{czyli} \quad \mathbf{J} = -k \nabla p. \quad (6.9)$$

Stąd poszukiwaną wartość współczynnika przepuszczalności w złożu k dla przypadku przepływu jednowymiarowego otrzyma się z relacji

$$k = k_0 + k_1, \quad \frac{\partial p}{\partial x} \cong \frac{p - p^*}{h_1} + \rho g. \quad (6.10)$$

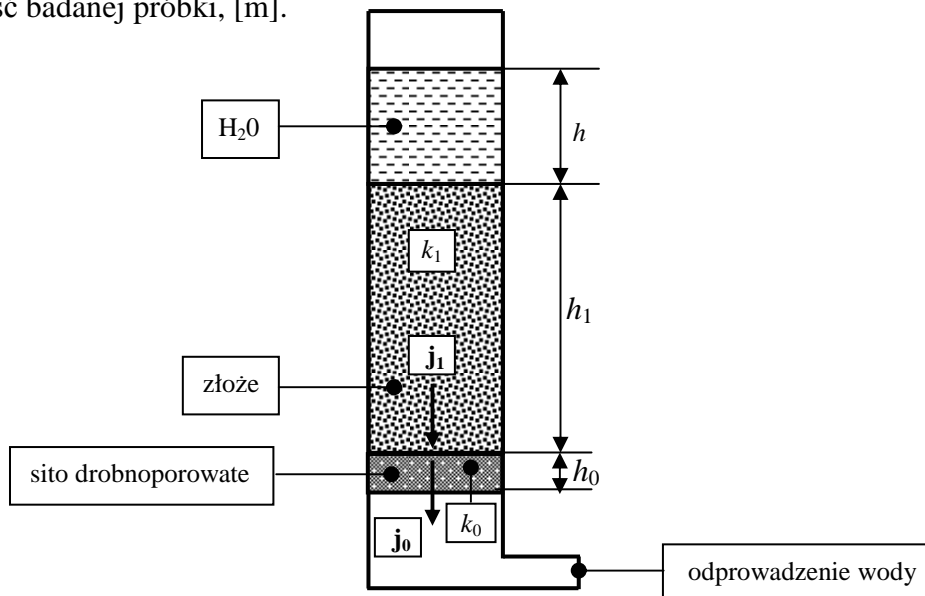
6.2. Przebieg badania

W praktyce laboratoryjnej badanie współczynnika filtracji złoża przeprowadza się w kolumnach filtracyjnych o schemacie przedstawionym na rysunku 6.4, w których złożo spoczywa na drobnoporowatym sicie wykonanym ze spieku szklanego o znanym współczynniku filtracji k_0 . W warunkach pomiaru, kiedy to ma się do czynienia z przepływem jednowymiarowym prawo Darcyego przyjmuje postać

$$j = -k \frac{\partial p}{\partial x} = -k \frac{\rho_w g h}{d}, \quad (6.11)$$

gdzie: h – wysokość słupa cieczy, [m],

d – grubość badanej próbki, [m].



Rys. 6.4. Schemat kolumny filtracyjnej.

W warunkach ustalonego przepływu, kiedy z kolumny filtracyjnej w tych samych okresach czasu odprowadzana jest taka sama masa wody, strumienie j_1 w badanym złożu i j_0 w drobnoporowatym sicie są sobie równe

$$j_1 = -k_1 \nabla p_1 = -k_1 \frac{\rho_w g (h + h_1)}{h_1}, \quad (6.12)$$

$$j_0 = -k_0 \nabla p_0 = -k_0 \frac{\rho_w g (h + h_1 + h_0)}{h_0}, \quad (6.13)$$

$$j_1 = j_0 \quad \Rightarrow \quad -k_1 \frac{\rho_w g (h + h_1)}{h_1} = -k_0 \frac{\rho_w g (h + h_1 + h_0)}{h_0}, \quad (6.14)$$

$$k_1 = \frac{j_0}{\rho_w g} \frac{h_1}{(h + h_1)} = k_0 \frac{h_1}{h_0} \frac{(h + h_1 + h_0)}{(h + h_1)}. \quad (6.15)$$

W ten sposób otrzymano wzór na współczynnik filtracji złoża k_1 w zależności od współczynnika filtracji zastosowanego w kolumnie filtracyjnej szklanego speku k_0 .

W celu eksperymentalnego wyznaczenia współczynnika filtracji k_1 postępuje się w następujący sposób:

- złożo filtracyjne należy nasycić wodą pozostawiając je przez pewien czas w naczyniu wypełnionym wodą,
- naczynie do którego będzie odprowadzana przesączająca się woda ustawia się pod kolumną na wadze laboratoryjnej,
- nasyczone złożo przelewa się wraz z wodą do kolumny filtracyjnej tak aby woda znajdowała się na poziomie h nad górną powierzchnią złoża,
- w celu zapewnienia stałego poziomu wody h w kolumnie filtracyjnej, do kolumny podłącza się od góry wąż doprowadzający wodę; natomiast nadmiar wody odprowadzany jest z kolumny przez przelew do odpowiedniego zbiornika,
- rejestruje się zmiany masy naczynia z przesączającą się wodą w czasie czekając aż przepływ stanie się ustalony,
- eksperyment wykonuje się w temperaturze pokojowej 20°C pamiętając o tym, że przy spadku temperatury od 30°C do 10°C jej lepkość wzrasta o ponad 50%.

6.3. Opracowanie wyników i oszacowanie błędu pomiaru

Współczynnik filtracji złoża oblicza się z zależności (6.15). Natomiast błąd pomiaru δk_1 współczynnika filtracji k_1 pozwala oszacować wzór

$$\delta k_1 = k_0 \left(\frac{h_1 h}{(h + h_1)^2} \delta h + \frac{h_1^2 + 2h_1 h + h_0 h + h^2}{h_2 (h + h_1)^2} \delta h_1 + \frac{h_1}{h_0^2} \delta h_0 \right), \quad (6.16)$$

gdzie: δh - błąd przy wyznaczaniu wysokości słupa wody, [m],

δh_1 - błąd przy wyznaczaniu wysokości złoża, [m],

δh_0 - błąd przy wyznaczaniu grubości speku, [m].

6.4. Zakres opracowania

Opracowanie powinno zawierać:

- opis eksperymentu wraz z podaniem warunków pomiaru (temperatury i wilgotności powietrza otoczenia, temperatury wody) oraz parametrów badanego złoża (średnicy ziaren i jego zanieczyszczenia),
- omówienie wzoru opisującego współczynnik filtracji k ,
- tabelę pomiarów zawierającą pary (t, m) czyli czas i masę naczynia do którego odprowadzana jest przesączająca się woda,
- wykres zależności masy naczynia od czasu, wraz z ustaleniem chwili kiedy przepływ uległ ustaleniu,
- obliczenia współczynnika filtracji k wraz z analizą błędów pomiaru.